**Лабораторная работа №1**

Воронцова С.Ю.

Задание 1

Найти альфа-эквивалентное выражение, обосновать.

1. λxy.xz ⬄ λmn.mz : с помощью λ-эквивалентности заменяем связные переменные x = m ⬄ m = x, y = n ⬄ n = y, получаем два λ-эквивалентных выражения.  
   (λ-терм из ф-ций двух аргументов, в теле которого только первый аргумент, второй аргумент – свободная переменная z).  
   ответ: b.
2. λxy.xxy или λx(λy).xxy ⬄ λa(λb).aab : с помощью λ-эквивалентности заменяем связные переменные x = a ⬄ a = x, y = b ⬄ b = y, получаем два λ-эквивалентных выражения.  
   (λ-терм из ф-ций двух аргументов, в теле которого две связных переменных первой ф-ции и аргумент второй ф-ции).  
   ответ: c.
3. λxyz.zx ⬄ λtos.st : с помощью λ-эквивалентности заменяем связные переменные x = t ⬄ t = x, y = o ⬄ o = y, z = s ⬄ s = z, получаем два λ-эквивалентных выражения.  
   (λ-терм из ф-ций трёх аргументов, в теле которого первый аргумент и третий, которые являются связными).  
   ответ: b.

Задание 2

Найти комбинаторы, обосновать.

1. λx.xxx – комбинатор, все переменные связные, применяет x к самому себе. Из существования комбинатора ω = λx.xx можно сделать вывод, что λx.xxx – тоже комбинатор.
2. λxy.zx – не комбинатор, есть свободная переменная z.
3. λxyz.xy(zx) – комбинатор, нет свободных переменных.
4. λxyz.xy(zxy) – комбинатор, нет свободных переменных.
5. λxy.xy(zxy) = (x:=zxy) = λy.zxyy – не комбинатор, z – свободная переменная.

Задание 3

1. λx.xxx – комбинатор, не может быть редуцирован.  
   проверка на сходимость: (λx.xxx)a = aaa – бета-нормальная форма, сходится.
2. (λz.zz)(λy.yy) – расходится.   
   Доказательство: z:= λy.yy, => (λy.yy)(λy.yy) = …
3. (λx.xxx)z = zzz – бета-нормальная форма, сходится.

Задание 4

Привести к бета-нормальной форме.

1. (λabc.cba)zz(λwv.w), a:=z =>  
   (λbc.cbz)z(λwv.w), b:=z =>  
   (λc.czz)(λwv.w), c:=(λwv.w) =>  
   (λwv.w)zz, w:=z =>  
   (λv.z)z, v:=z =>  
   z - ответ.
2. (λx.λy.xyy)(λa.a)b, x:=(λa.a) =>  
   (λy.(λa.a)yy)b, y:=b =>  
   (λa.a)bb, a:=b =>  
   bb – ответ.
3. (λy.y)(λx.xx)(λz.zq), y:= (λx.xx) =>  
   (λx.xx)(λz.zq), x:= (λz.zq) =>  
   (λz.zq)(λz.zq), z:= (λz.zq) =>  
   (λz.zq)q, z:=q =>  
   qq – ответ.
4. (λz.z)(λz.zz)(λz.zy), λ-эквивалентно:   
   (λm.m)(λx.xx)(λz.zy), m:= (λx.xx) =>  
   (λx.xx)(λz.zy), x:= (λz.zy) =>  
   (λz.zy)(λz.zy), z:= (λz.zy) =>  
   (λz.zy)y, z:=y =>  
   yy – ответ.
5. (λx.λy.xyy)(λy.y)y, λ-эквивалентно:  
   (λx.λy.xyy)(λa.a)b, x:=(λa.a) =>  
   (λy.(λa.a)yy)b, y:=b =>  
   (λa.a)bb, a:=b =>  
   bb – ответ. Или без замены: yy
6. (λa.aa)(λb.ba)c, a:=(λb.ba) =>  
   (λb.ba)(λb.ba)c, b:= (λb.ba) =>  
   (λb.ba)ac, b:=a =>  
   aac – ответ.
7. (λxyz.xz(yz))(λx.z)(λx.a), x:= (λx.z) =>  
   (λyz.(λx.z)z(yz))(λx.a), y:= (λx.a) =>  
   λz.(λx.z)z((λx.a)z), x:= z => #(λx.a)z=a# =>  
   λz.(λx.z)za, x:=z => #(λx.z)z=z# =>  
   λz.za – ответ.  
   с использование λ-эквивалентной замены:  
   (λxyz.xz(yz))(λb.t)(λm.a), x:= (λb.t) =>  
   (λyz.(λb.t)z(yz))(λm.a), y:= (λm.a) =>  
   λz.(λb.t)z((λm.a)z), m:= z => #(λm.a)z=a# =>  
   λz.(λb.t)za, b:=z => #(λb.t)z=t# =>  
   λt.ta – ответ.

Ответы

|  |  |
| --- | --- |
| Задание 1 | 1)b, 2)c, 3)b. |
| Задание 2 | 1,3,4 – комбинаторы, 2,5 – не комбинаторы. |
| Задание 3 | 1 – сходится, при воздействии параметром a получаем: aaa. 2 – расходится.  3)zzz – бета-нормальная форма, сходится. |
| Задание 4 | 1)z, 2)bb, 3)qq, 4)yy, 5)yy, 6)aac, 7)λz.za . |